Grundwissen Mathematik 6. Jahrgangsstufe

I. Lehrplanauszug

In der Jahrgangsstufe 6 erwerben die Schüler folgendes Grundwissen:

- ✓ Sie können rationale Zahlen in verschiedenen Schreibweisen darstellen.
- ✓ Sie können Termwerte (in der Menge der rationalen Zahlen) berechnen.
- ✓ Sie sind in der Lage, grundlegende Schluss- und Prozentaufgaben mit Alltagsbezug zu lösen.
- ✓ Sie können den Flächeninhalt von Dreiecken sowie von daraus zusammengesetzten Figuren berechnen.
- ✓ Sie können die Grundlagen der Raummessung anwenden.
- ✓ Sie erstellen und interpretieren Diagramme in einfachen Fällen und sind für Möglichkeiten der Manipulation sensibilisiert.
- ✓ Sie präsentieren Ergebnisse altersangemessen.

II. Beispielaufgaben

1) Kürzen

Kürze die Brüche so weit wie möglich.

Beispiel-Aufgabe:

mit Primfaktorzerlegung:

$$\frac{525}{70} = \frac{3 \cdot 5^2 \cdot 7}{2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{14 \cdot 45 \cdot 34}{51 \cdot 63 \cdot 20} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 17}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 17} = \frac{1}{3}$$

mit schrittweisem Kürzen:

$$\frac{525}{70} = \frac{105}{14} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{14 \cdot 45 \cdot 34}{51 \cdot 63 \cdot 20} = \frac{7 \cdot 45 \cdot 34}{51 \cdot 63 \cdot 10} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 34}{51 \cdot 7 \cdot 10} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 17}{51 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 1}{3 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{1}{3}$$

2) Zahlen ordnen

Ordne die Zahlen in einer aufsteigenden Ungleichungskette.

Beispiel-Aufgabe: $-0{,}67\ ;\ 0{,}67\ ;\ -\frac{2}{3}\ ;\ \frac{2}{3}\ ;\ -\frac{3}{5}\ ;\ \frac{3}{5}\ ;\ -\frac{4}{7}\ ;\ \frac{4}{7}$

$$\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots\ ;\ \frac{3}{5} = 0{,}60\ ;\ \frac{4}{7} = 4:7 = 0{,}571\ldots$$

$$-0{,}67 < -\frac{2}{3} < -\frac{3}{5} < -\frac{4}{7} < \frac{4}{7} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < 0{,}67$$

3) Relative Häufigkeit

relative Häufigkeit h eines Treffers = $\frac{\text{Anzahl z der Treffer}}{\text{Anzahl n der Versuche}}$

Beispiel-Aufgabe:

Maxl würfelt mit einem Würfel und notiert seine Ergebnisse in einer Tabelle.

Berechne jeweils die relative Häufigkeit und stelle die Ergebnisse in einem Kreisdiagramm dar.

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit z	30	31	42	24	45	28
relative Häufigkeit h						
Winkel im Diagramm						

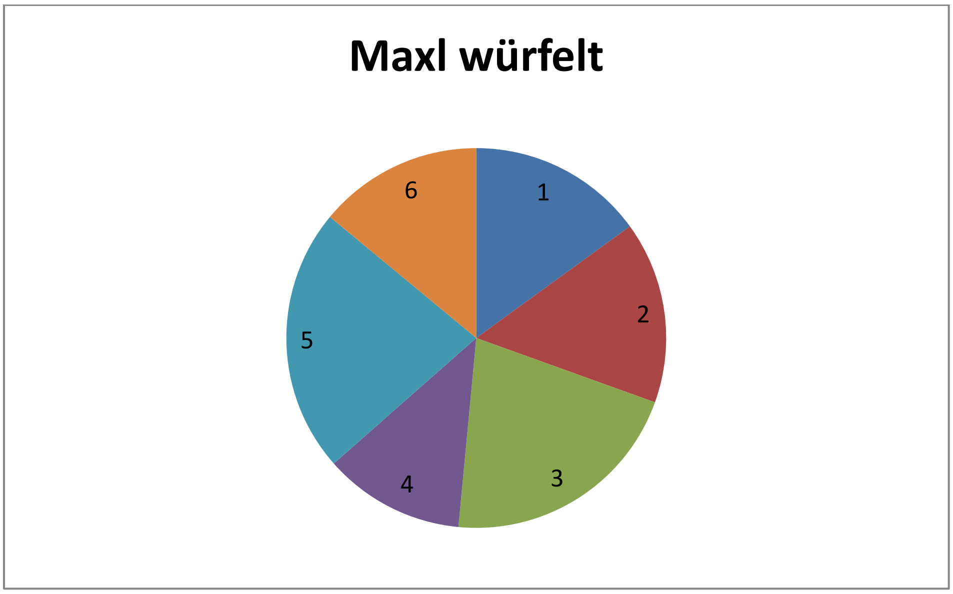
Lösung:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6	insgesamt
absolute Häufigkeit z	30	31	42	24	45	28	n = 200
relative Häufigkeit h	$\frac{30}{200} = 15\%$	$\frac{31}{200} = 15{,}5\%$	$\frac{42}{200} = 21\%$	$\frac{24}{200} = 12\%$	$\frac{45}{200} = 22{,}5\%$	$\frac{28}{200} = 14\%$	$\frac{200}{200} = 100\%$
Winkel im Diagramm	54°	55,8°	75,6°	43,2°	81°	50,4°	360°

Berechnung der Winkel:

15% von 360° = 0,15 · 360° = 54°

(NR. 15 · 360 = 5400 → 2 Dezimalstellen hinzufügen → 54,00)



4) wichtige Brüche, die man immer wissen sollte

Wandle folgende Brüche in Dezimalbrüche und Prozentangaben um:

$$\frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$$

$$\frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\%$$

$$\frac{1}{6} = 0{,}16 = 16{,}6\%$$

$$\frac{1}{3} = 0{,}3 = 33{,}3\%$$

$$\frac{2}{3} = 0{,}6 = 66{,}6\%$$

$$\frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\%$$

$$\frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\%$$

5) Rechnen mit Brüchen

Vereinfache so weit wie möglich.

Beachte dabei: „Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich!“

Addition und Subtraktion: „Hauptnenner bilden!“

Multiplikation: „Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner!“

Division: „Mit dem Kehrbruch multiplizieren!“

Beispiel-Aufgaben:

$$\frac{{\frac{1}{2}}^{3} \cdot \frac{4}{45} + 2\frac{1}{15}}{1\frac{5}{6} - 1\frac{11}{20}} = \frac{\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{45} + 2\frac{1}{15}}{1\frac{50}{60} - 1\frac{33}{60}} = \frac{\frac{1}{90} + 2\,\frac{6}{90}}{\frac{17}{60}} = \frac{2\frac{7}{90}}{\frac{17}{60}} =$$

$$= 2\frac{7}{90} : \frac{17}{60} = \frac{187}{90} \cdot \frac{60}{17} = \frac{11 \cdot 2}{3} = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{6} : \frac{1}{6} : \frac{2}{3} - 1\frac{11}{12} = \frac{1}{6} - \frac{1}{6} : \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 2} - 1\frac{11}{12} =$$

$$= \frac{1}{6} - \frac{1}{6} : \frac{1}{4} - 1\frac{11}{12} = \frac{1}{6} - \frac{4}{6} - 1\frac{11}{12} = \frac{2}{12} - \frac{8}{12} - \frac{23}{12} =$$

$$= -\frac{29}{12} = -2\frac{5}{12}$$

6) Vierfeldertafel

Beispiel-Aufgabe:

Die Firma „Sammelviel“ produziert glitzernde und normale Sammelkarten in den Farben blau und gold. In einer Stunde werden insgesamt 240 Karten hergestellt. $\frac{3}{8}$ der Karten sind golden und 20% von den goldenen sind glitzernd. Von den normalen Karten werden in einer halben Stunde 60 Stück hergestellt. Wie viel Prozent von den blauen Karten sind glitzernd?

1. Schritt: Trage alle gegeben Daten in die Vierfeldertafel ein.

in einer Stunde	glitzernd	normal	insgesamt
blau			
gold	20% von 90 = 18		$\frac{3}{8}$ von 240 $= 90$
insgesamt		2 · 60 = 120	240

2. Schritt: Berechne die fehlenden Felder.

in einer Stunde	glitzernd	normal	insgesamt
blau	120 – 18 = 102	120 – 72 = 48	240 – 90 = 150
gold	18	90 – 18 = 72	90
insgesamt	240 – 120 = 120	120	240

3. Schritt: Beantworte die Frage.

102 Karten sind blau und glitzernd. 150 Karten sind blau.

Anteil berechnen:

$$\frac{102}{150} = 102 : 150 = 0{,}68 = 68\%$$

A: 68% der blauen Karten sind glitzernd.

7) Oberfläche und Volumen eines Würfels

Oberfläche $O = 6 \cdot a \cdot a = 6a^2$

Volumen $V = a \cdot a \cdot a = a^3$

Beispiel-Aufgabe:

Ein Würfel hat den Oberflächeninhalt $10\frac{2}{3}\ \mathrm{dm}^2$. Berechne sein Volumen.

1. Schritt: Berechnung der Kantenlänge über die Oberfläche $O = 6a^2$

$$10\frac{2}{3}\ \mathrm{dm}^2 = 6 \cdot a^2$$
$$\frac{32}{3}\ \mathrm{dm}^2 : 6 = a^2$$
$$\frac{32}{3 \cdot 6}\ \mathrm{dm}^2 = a^2$$
$$\frac{16}{9}\ \mathrm{dm}^2 = a^2$$
$$\frac{4}{3}\ \mathrm{dm} = a = \text{Kantenlänge}$$

2. Schritt: Berechnung des Volumens über die Kantenlänge $V = a^3$

$$V = \frac{4}{3}\ \mathrm{dm}\ ^3 = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{3 \cdot 3 \cdot 3}\ \mathrm{dm}^3 = \frac{64}{9}\ \mathrm{dm}^3 = 7\frac{1}{9}\ \mathrm{dm}^3$$

8) Parallelogramm, Dreieck und Trapez

Flächeninhalt eines Parallelogramms $A_P = g \cdot h$

Flächeninhalt eines Dreiecks $A_D = \frac{1}{2}\, g \cdot h$

Flächeninhalt eines Trapezes $A_T = m \cdot h = \frac{a+c}{2} \cdot h$

Beispiel-Aufgaben:

- Ein Parallelogramm hat die Grundlinie 3 cm und die Höhe 2,5 cm. Berechne den Flächeninhalt.

  $A_P = g \cdot h = 3\text{ cm} \cdot 2{,}5\text{ cm} = 7{,}5\text{ cm}^2$

- Ein Dreieck hat den Flächeninhalt 126 dm^2. Eine der Höhen ist 280 cm lang. Berechne die Länge der zugehörigen Grundlinie.

  $A_D = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

  $126\text{ dm}^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot 28\text{ dm}$

  $126\text{ dm}^2 = g \cdot 14\text{ dm}$

  $g = 126\text{ dm}^2 : 14\text{ dm} = 9\text{ dm}$

- Die parallelen Seiten eines Trapezes sind 4 cm und 8 cm lang. Die zugehörige Höhe ist 5 cm lang. Berechne die Länge der Mittellinie und den Flächeninhalt des Trapezes.

  Mittellinie: $m = \frac{a + c}{2} = \frac{4\text{ cm} + 8\text{ cm}}{2} = 6\text{ cm}$

  $A_T = m \cdot h = 6\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 30\text{ cm}^2$

9) Dreisatz

Beispiel-Aufgaben:

- Maxl möchte für seine Geburtstagsparty Chips kaufen. Er hat folgende Marken zur Auswahl: 1 Tüte „Knak“-Chips mit 175 g für 1,26 € und 1 Tüte „Hauchdünn“-Chips mit 100 g für 0,79 €. Zu welcher Marke würdest du ihm raten? Begründe deine Antwort durch eine Rechnung.

Dieser Zusammenhang ist „direkt proportional“.

Betrachte die Marke „Knak“:

$$\begin{array}{ccc} & 175\text{ g} \mathrel{\hat{=}} 1{,}26\text{ €} & \\ :7 & & :7 \\ & 25\text{ g} \mathrel{\hat{=}} 0{,}18\text{ €} & \\ \cdot 4 & & \cdot 4 \\ & 100\text{ g} \mathrel{\hat{=}} 0{,}72\text{ €} & \end{array}$$

Antwort: Die Marke „Knak“ ist auf die Menge gesehen billiger.

- Ein Herbststurm hat das Laub der Bäume herunter geweht und im Garten verteilt. Anja und Toni rechen das Laub zusammen und brauchen dafür 3,5 Stunden. Wie lange hätten sie gebraucht, wenn ihnen ihre 3 Freunde geholfen hätten?

Dieser Zusammenhang ist „indirekt proportional“.

$$\begin{array}{ccc} & 2\text{ Kinder} \mathrel{\hat{=}} 3{,}5\text{ h} & \\ :2 & & \cdot 2 \\ & 1\text{ Kind} \mathrel{\hat{=}} 7\text{ h} & \\ \cdot 5 & & :5 \\ & 5\text{ Kinder} \mathrel{\hat{=}} 1{,}4\text{ h} = 1\text{ h }24\text{ min} & \end{array}$$

Antwort: Zu fünft hätten sie nur 1 Stunde und 24 Minuten gebraucht.